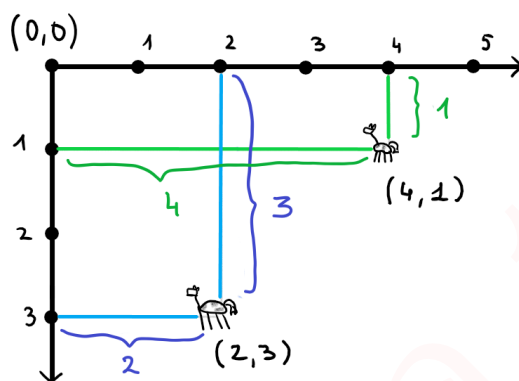


16. UKŁAD WSPÓŁRZĘDNYCH

Po co nam to?

To podstawa wszystkiego co nas otacza! Ktoś kiedyś wpadł na pomysł, żeby punkty w przestrzeni jakoś ułożyć zamiast ciągle mówić „tam za drzewem”. ☺ Czyli gdzieś mamy początek i od niego liczymy położenie obiektów.

Układ współrzędnych spotkamy: na mapach, na wykresach, na planach, itd.



→ Lewy górny róg to punkt startowy, czyli zerowy (0,0).

→ Pierwsza krówka zrobiła 4 kroki w prawo i 1 w dół.

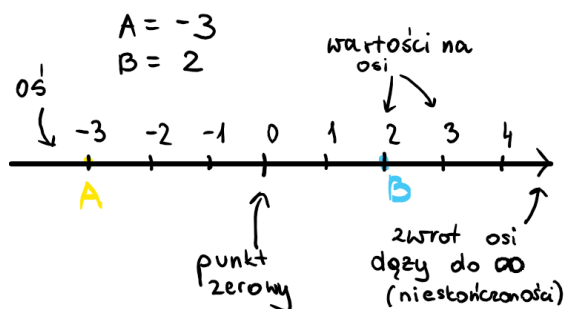
→ Druga krówka zrobiła 2 kroki w prawo i 3 w dół.

Jak widzisz, uczymy się układu współrzędnych na prostych liczbach, ale w rzeczywistości liczby na osiach nie są takie ładne. Przyda Ci się tutaj dobra wiedza o liczbach wymiernych i ułamkach.



Nazewnictwo

Jedna oś



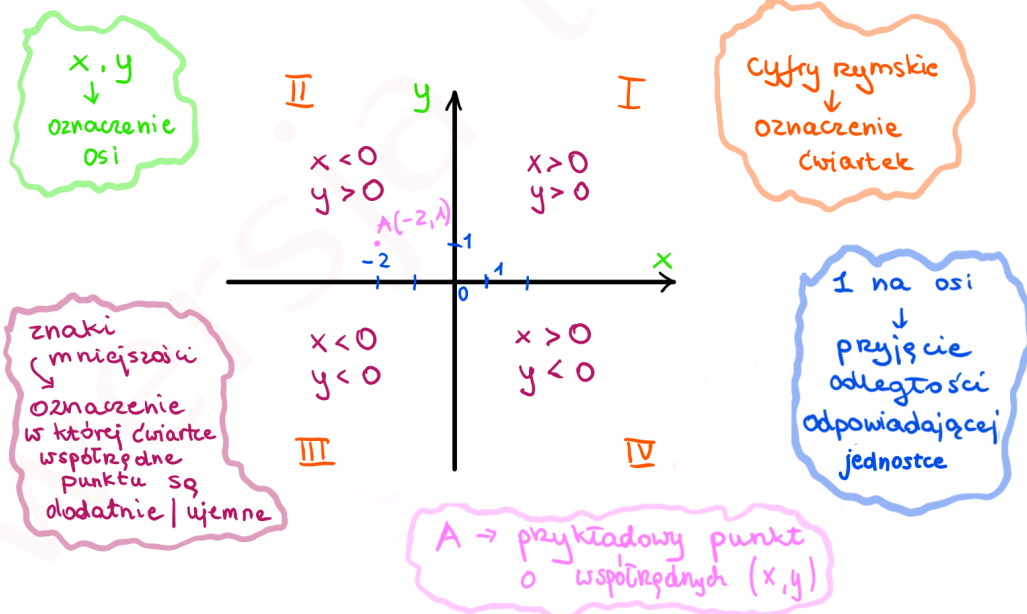
Kreski, przy których są liczby na osi, to podziałka. Odległość między podziałką może być różna i możemy ją dobierać tak, żeby było nam wygodnie.

PROTIP

Jedna oś to 1-szy wymiar.
Dwie osie to 2-gi wymiar (2D), czyli płaszczyzna.
Trzy osie to 3-ci wymiar (3D), czyli przestrzeń.
1 i 2 wymiar to uproszczenie, które stosujemy, żeby ułatwić obliczenia i zobrazować to co nas otacza. ☺



Dwie osie – układ współrzędnych



Możesz spotkać się z określeniami, gdzie:

- x to odcięta
- y to rzędna

Zasady działania i wzory

Pozycja w układzie współrzędnych

Krok 1: Ile robimy kroków po osi X?

$$A = (\square, \square)$$

Krok 2: Ile robimy kroków po osi Y?

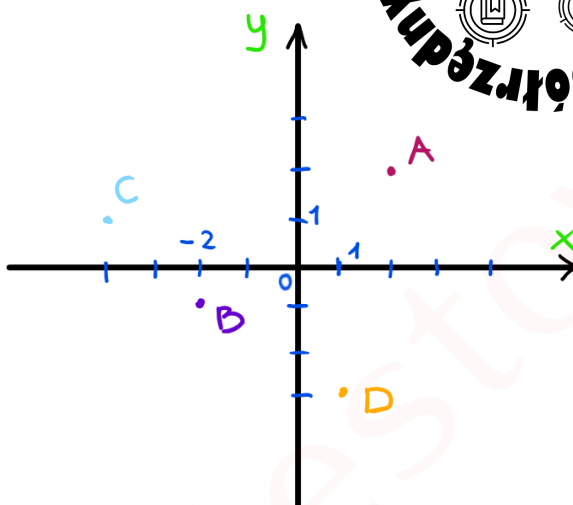
Otrzymujemy:

$$A = (2, 2)$$

$$B = (-2, -1)$$

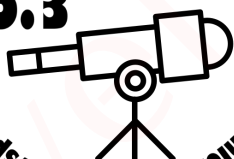
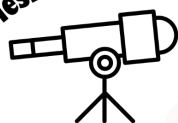
$$C = (-4, 1)$$

$$D = (1, -3)$$



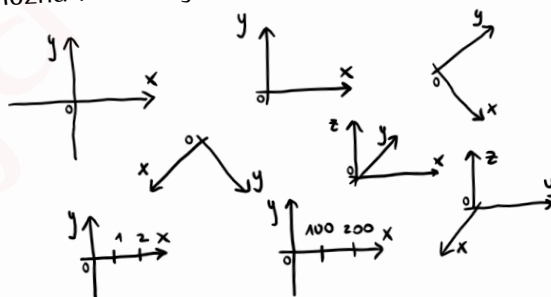
Współrzędne w układzie
16.2

Przejdź pieskiem w każdym kierunku i zobacz jak zmieniają się jego współrzędne
16.3



PROTIP

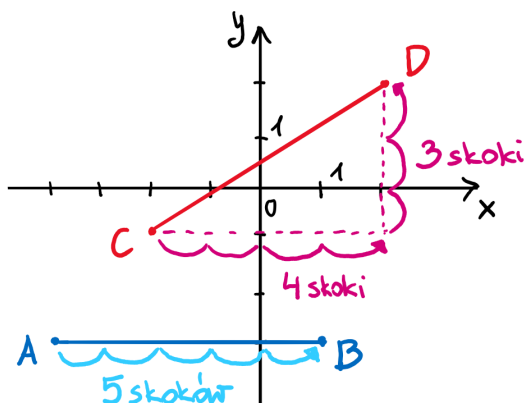
Można różnie rysować układ współrzędnych:



Należy tak dobrać rodzaj osi oraz oznaczenia, żeby jednostki się zgadzały. Czasem warto zrobić odstępy co $\frac{1}{2}$, a czasem co 1000 ☺

Długość odcinka w układzie współrzędnych

Dwa dowolne, połączone punkty w układzie współrzędnych tworzą odcinek. Jak wyznaczyć jego długość?



W przypadku odcinka AB sprawa jest prosta. Obliczamy, że należy wykonać 5 skoków w prawo, aby przejść od A do B, więc długość tego odcinka to 5.

W przypadku CD jest trochę trudniej. Wiemy, że aby przejść z C do D musimy wykonać 4 skoki w prawo i 3 do góry. Tworzy nam się wtedy trójkąt prostokątny. Odcinek CD jest jego bokiem, więc możemy wykorzystać twierdzenie Pitagorasa.

$$3^2 + 4^2 = |CD|^2$$

$$9 + 16 = |CD|^2$$

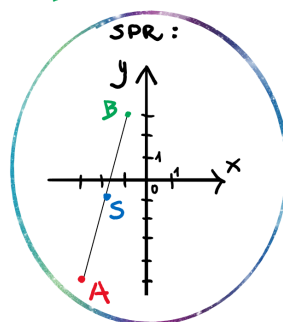
$$|CD| = \sqrt{25} = 5 \leftarrow \text{długość odcinka CD}$$

Środek odcinka w układzie współrzędnych

Środek odcinka również jest punktem w układzie współrzędnych. Aby znaleźć jego współrzędne musimy obliczyć średnią arytmetyczną obu współrzędnych punktów końcowych odcinka.

Dla odcinka o końcach $A(-3, -5)$ i $B(-1, 3)$ mamy:

$$\left. \begin{aligned} x_s &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + (-1)}{2} = -2 \\ y_s &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \end{aligned} \right\} S(-2, -1)$$



Przykłady

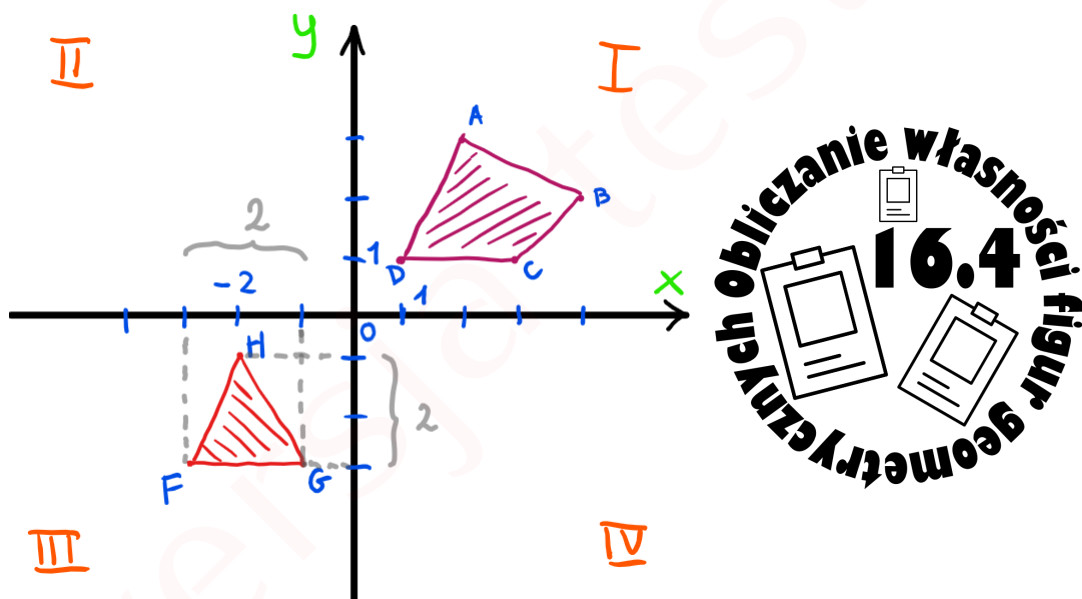
Rysowanie układu współrzędnych

Zwracaj uwagę, żeby rysując układ współrzędnych:

- nazywać osie
- zaznaczać i nazywać punkt 0
- zaznaczać jednostki na obu osiach

Figury w układzie współrzędnych

Wierzchołki figur są punktami w układzie współrzędnych. Odmierzając odpowiednie odległości na rysunku możemy policzyć długości boków tych figur, ich pola lub inne własności.



Spróbujmy na przykład policzyć pole trójkąta FGH. Patrząc na rysunek, możemy stwierdzić:

→podstawa FG ma długość 2, bo zajmuje dwie kratki, czyli $a = 2$

→wysokość opuszczona na FG (z wierzchołka H), też ma długość 2, czyli $h = 2$

Policzymy pole: $P = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \odot$

Zadania

Zadania z lekcji

1. Narysuj układ współrzędnych, odpowiednio opisz, a następnie zaznacz w nim poniższe punkty.

$$A = (-2, -1)$$

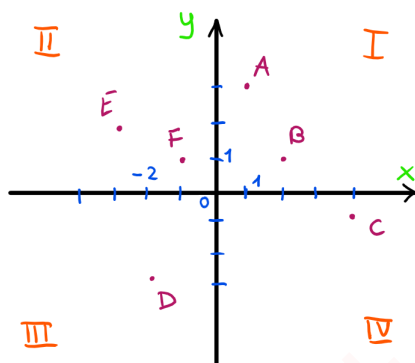
$$B = \left(\frac{3}{4}, -2\right)$$

$$C = (-0,75, \frac{5}{6})$$

$$D = (0,1; 1,3)$$

*Pamiętaj o dobraniu
dobrych jednostek na
osiach!*

2. Podaj współrzędne punktów na poniższym układzie.



3. Narysuj układ współrzędnych, a w nim figurę KLMN o wierzchołkach

$$K = (-0,5; -1)$$

$$M = \left(\frac{3}{4}, -2\right)$$

$$L = (0,25; -1,5)$$

$$N = (0,5; 1,5)$$

4. Jakie współrzędne muszą mieć dwa pozostałe punkty, aby w układzie współrzędnych otrzymać prostokąt ABCD? $B = (-2, 1)$ i $D = (3, -3)$
5. Oblicz długość odcinka AB, którego końce mają współrzędne $A(-10, 2)$ i $B(2, -3)$.

Zadania życiowe

Mapę miasteczka można przedstawić w układzie współrzędnych. Znajdujemy się w punkcie $S(-6, -4)$. Sklepy znajdują się w punktach $A(2, 3)$, $B(-2, 7)$ oraz $C(3, -1)$.

1. Do którego sklepu prowadzi najkrótsza droga, jeżeli możemy się poruszać tylko po ulicach równoległych do osi układu współrzędnych?
2. Przyjmując, że jedna jednostka to 10 m, ile metrów musielibyśmy przejść, jeżeli poszlibyśmy do sklepu A i nie byłoby tam tego czego potrzebujemy, więc następnie trzeba by było iść do sklepu B?

Notatki własne

wersja testowa